Corrigé DM1 - TS2

Mathématiques Spécialité

25/09/2016

1 Exercice 1 - 4 page 18

Sachant que le 14 juillet 2012 est un samedi. Quel jour était le 14 juillet 1789 ?

1 a) On cherche les années multiples de 4 entre 1789 et 2012 donc on cherche les valeurs de n, telles que

$$1789 \leq 4n \leq 2012$$

donc

$$\frac{1789}{4} \leq n \leq \frac{2012}{3}$$

n étant un entier on obtient

$$448 \leq n \leq 503$$

Soit $503 - 448 + 1$ valeurs, donc 56 valeurs.
Il y a 56 années multiples de 4 entre 1789 et 2012

1 b) Combien d'années multiples de 100 ? Les années multiples de 100 sont 1800, 1900, 2000. Il y en a donc 3.

1 c) Combien d'années multiples de 400 ? Il n'y a que l'année 2000, donc 1.

2) En déduire le nombre de jours N entre le 17 juillet 1789 et le 14 juillet 2012.
La période, représente

- $2012 - 1789 = 223$ années
- 54 années bissextiles : les 56 années multiples de 4, moins les 3 années multiples de 100, plus l'année multiple de 400 (56-3+1)

Soit

$$223 \times 365 + 54 = 81\,449$$

Conclusion : $N = 81449$ jours
La division euclidienne de N par 7 donne

$$81\,449 = 7 \times 11\,635 + 4$$

Conclusion : le reste de la division euclidienne de N par 7 est $r = 4$

3 a) Par définitions deux entiers a et b sont congru modulo 7 si et seulement ils ont le même reste pour la division par 7.

- Le reste de la division de N par 7 est $r = 4$
- $r = 4 = 7 \times 0 + 4$ donc le reste de la division de r par 7 est 4.

r et N ont le même reste dans la division euclidienne par 7.

3 b) 7 représente le nombre de jours d'une semaine. Quand on écrit

$$81449 = 7 \times 11635 + 4$$

Cela signifie que la duée entre les deux dates est 11.635 semaines plus 4 jours. Donc 4 jours avant le 14 juillet 2012, c'est-à-dire, le 10 juillet 2012, ont était le même jour de la semaine que le 14 juillet 1789. Or on sait que le 14 juillet 2012 est un samedi, donc 4 jours plus tôr on est un mardi.

3 c) Le 14 juillet 1789 était un mardi

2 Exercice 2 - 53 pages 29

a et b sont deux entiers naturels. Montrer que si 2 divise $a^2 + b^2$, alors 2 divise $(a + b)^2$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

2 divise $2ab$. Par hypothèse, 2 divise $a^2 + b^2$. Donc 2 divise la somme, c'est)à dire $a^2 + b^2 + 2ab$ qui n'est autre que $(a + b)^2$.

Conclusion : SI 2 divise $a^2 + b^2$ alors 2 divise $(a + b)^2$

3 Exercice 3 - 57 page 29

a)

$$93 \times 17 + 19 = 1600$$

Réponse : vrai

b) Si on effectue la division on trouve

$$27359 = 237 \times 115 + 104$$

Réponse : vrai

c)

$$9552 = 251 \times 37 + 265$$

Cette égalité ne traduit pas une division euclidienne. Que le diviseur soit 251 ou 37, dans les deux cas, le reste 265 est plus grand que le diviseur.
Réponse : Faux

d) Le reste de la division euclidienne par n est compris entre 0 inclus et n exclus, donc entre 0 et $n - 1$ inclus, soit n valeurs
Réponse : Vrai

4 Exercice 4 - 69 page 30

n désigne un entier naturel. Déterminer le reste de la division de $3n + 17$ par

a) $n + 4$

$$3n + 17 = 3n + 12 + 5 = 3 \times (n + 4) + 5$$

Si $n \geq 2$ le quotient est 3 le reste 5, on a bien $5 < (n+4)$. En revanche, si $n < 2$ l'expression précédente, n'est pas la division euclidienne de $3n + 17$ par $n + 4$ puisque le reste est plus grand que le diviseur !. Il faut donc examiner les cas $n = 0$ e $n = 1$.

Si $n = 0$, $3n + 17 = 17$ et $n + 4 = 4$, le reste de la division de 17 par 4 est 1

Si $n = 1$, $3n + 17 = 20$ et $n + 4 = 5$, le reste de la division de 20 par 5 est 0.

Conclusion

- $n = 0$ le reste est 1

- $n = 1$ le reste est 0
- $n \geq 2$ le reste est 5

b) $n + 6$

$$3n + 17 = 3n + 12 + 5 = 2n + 16 + n + 5 = 2(n + 6) + n + 5$$

$$3n + 17 = (n + 6) \times 2 + n + 5$$

$\forall n \in \mathbb{N} \qquad n + 5 < n + 6$ donc l'expression est bien celle de la division euclidienne de $3n + 17$ par $n + 5$

Conclusion : le reste est $n + 5$