

### Exercice - M0002

On considère les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$u_0 = 1 \quad u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \quad v_0 = \sqrt{2} \quad v_{n+1} = \frac{u_n + v_n\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

1. Etudier la suite  $(w_n)$  définie par  $w_n = v_n - u_n$ .
2. Montrer que pour tout  $n$   $u_n \leq v_n$ .
3. Etudier les variations de  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .
4. Montre que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont convergentes et ont même limite.
5. Calculer la limite des suites.

D'après Exercices 127 page 37 du manuel Indice Terminale S