

**Exercice - M0020C**

1) Déterminons les entiers relatifs vérifiant :  $n$  divise  $n - 6$

$n$  divise  $n - 6$  donc il existe un entier  $k \in \mathbb{Z}$  tel que

$$n - 6 = kn \implies \frac{n - 6}{n} = k \implies 1 - \frac{6}{n} \in \mathbb{Z}$$

donc  $n$  doit diviser 6.

$$n \in \{-6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6\}$$

2) Déterminons les entiers relatifs vérifiant :  $n + 5$  divise  $3n - 4$

$n + 5$  divise  $3n - 4$  donc il existe un entier  $k \in \mathbb{Z}$  tel que

$$3n - 4 = k(n + 5) \implies \frac{3n - 4}{n + 5} \in \mathbb{Z}$$

Or

$$3n - 4 = 3(n + 5) - 15 - 4 = 3(n + 5) + 19$$

Donc

$$\frac{3n - 4}{n + 5} = \frac{3(n + 5) - 19}{n + 5} = 3 - \frac{19}{n + 5} \in \mathbb{Z}$$

Autrement dit,  $\frac{19}{n + 5} \in \mathbb{Z}$ . Or 19 est premier, les diviseurs sont -19, -1, 1 et 19. Donc

$$n + 5 = -19 \quad \text{ou} \quad n + 5 = -1 \quad \text{ou} \quad n + 5 = 1 \quad \text{ou} \quad n + 5 = 19$$

et finalement

$$n = -24 \quad \text{ou} \quad n = -6 \quad \text{ou} \quad n = -4 \quad \text{ou} \quad n = 14$$