

Exercice - M0021C

1) Déterminons le reste de la division euclidienne de $4n - 3$ par $n + 3$

Nous avons $4(n + 3) - (4n - 3) = -9$ donc, le quotient de la division est strictement inférieur à 4.

- Cas $q = 0$:

$$4n - 3 = (n + 3) \times 0 + r \implies r = 4n - 3$$

La condition

$$0 \leq r < n + 3 \implies 0 \leq 4n - 3 < n + 3 \implies \frac{3}{4} \geq n < 2$$

Donc

$$n = 1 \quad 4n - 3 = 1 \quad q = 0 \quad r = 1$$

- Cas $q = 1$:

$$4n - 3 = (n + 3) \times 1 + r \implies r = 3n - 6$$

La condition

$$0 \leq r < n + 3 \implies 0 \leq 3n - 6 < n + 3 \implies 2 \geq n < \frac{9}{2}$$

Donc

$$n = 2, 3, 4 \implies r = 3n - 6$$

- Cas $q = 2$:

$$4n - 3 = (n + 2) \times 2 + r \implies r = 2n$$

La condition

$$0 \leq r < n + 3 \implies 5 \leq n < 12$$

- Cas $q = 3$:

$$4n - 3 = (n + 3) \times 3 + r \implies r = n - 12$$

La condition

$$0 \leq r < n + 3 \implies 0 \leq n - 12 < n + 3 \implies n \geq 12$$

Donc

$$n \geq 12 \implies r = n - 12$$

Conclusion

n	$4n - 3$	$n + 3$	Quotient	Reste
0	-3	3	-1	0
1	1	4	0	1
$2 \leq n < 5$	$4n - 3$	$n + 3$	1	$3n - 6$
$5 \leq n < 12$	$4n - 3$	$n + 3$	2	$2n - 9$
$n \geq 12$	$4n - 3$	$n + 3$	3	$n - 12$

2) Déterminons le reste de la division euclidienne de $5n + 21$ par $n + 3$.

Nous avons

$$5n + 21 = 5(n + 3) + 6$$

Dès que $n \geq 4$, cette égalité est la division euclidienne de $5n + 21$ par $n + 3$. Il reste à examiner les cas ou $n = 0$ à 3.

- Cas $n = 0$: $21 = 3 \times 7 + 0$ donc le reste est 0.
- Cas $n = 1$: $26 = 4 \times 6 + 2$ donc le reste est 2.
- Cas $n = 2$: $31 = 5 \times 6 + 1$ donc le reste est 1.
- Cas $n = 3$: $36 = 6 \times 6 + 0$ donc le reste est 0
- Cas $n \geq 4$: le reste est 6

Conclusion :

n	$5n + 21$	$n + 3$	<i>Quotient</i>	<i>Reste</i>
0	21	3	7	0
1	26	4	6	2
2	31	5	6	1
3	36	6	6	0
$n \geq 4$	$5n + 21$	$n + 3$	5	6