

### Exercice - M0029C

Les deux courbes ont la même tangente au point d'abscisse 0 signifie

$$a(0) = b(0) \quad a'(0) = b'(0)$$

La fonction  $a$  étant dérivable,  $b$  l'est également et

$$b'(x) = 2a(x)a'(x)$$

Nous avons donc

$$a(0) = b(0) \quad b(0) = a(0)^2 - 1 \quad a'(0) = b'(0) \quad b'(0) = 2a(0)a'(0)$$

Éliminons les  $b(0)$  et  $b'(0)$ , il vient

$$a(0) = a(0)^2 - 1 \quad a'(0) = 2a(0)a'(0)$$

La résolution de l'équation du second degré nous donne

$$a(0) = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \quad a(0) = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$a(0)$  étant non nul,  $a'(0)$  doit l'être pour satisfaire la deuxième équation. Il y a donc deux tangentes possibles, d'équation

$$y = \phi \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\phi}$$

ou  $\phi$  désigne le nombre d'or.