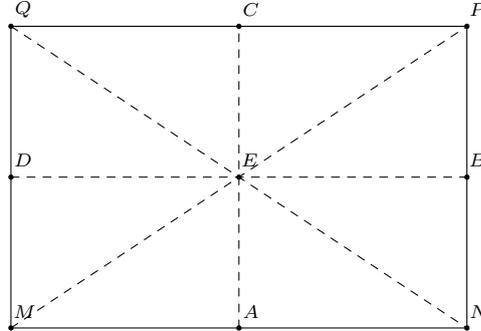


Exercice - M0030C

$MNPQ$ est un rectangle de centre E . Les points A, B, C et D sont les milieux respectifs des segments $[MN], [NP], [PQ]$ et $[QM]$. A l'aide de la relation de Chasles et d'une figure, exprimer chacune des sommes suivantes sous la forme d'un seul vecteur.



La solution repose sur trois propriétés

- la relation de Chasles.
- la caractérisation vectorielle du parallélogramme. $MNPQ$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ ou $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.
- la (ou plutôt) les caractérisations vectorielles du milieu d'un segment.

Ici nous avons un rectangle, $MNPQ$, dont le milieu des diagonales (le centre) est E . Les points $ABCD$ forment également un parallélogramme, ce qui nous conduira à différentes égalités de vecteurs. Quant aux points A, B, C et D , ce sont les milieux des segments $[MN], [NP], [PQ]$ et $[QM]$.

Calculons les différentes sommes demandées :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CQ} &= \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} \\ &= \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} \\ &= \overrightarrow{CE} \\ \overrightarrow{EP} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{NC} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{MC} \\ \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DB} \\ &= \overrightarrow{EB} \\ \overrightarrow{QC} + \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{NA} &= \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{NA} \\ &= \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BE} \\ &= \overrightarrow{PE} \end{aligned}$$