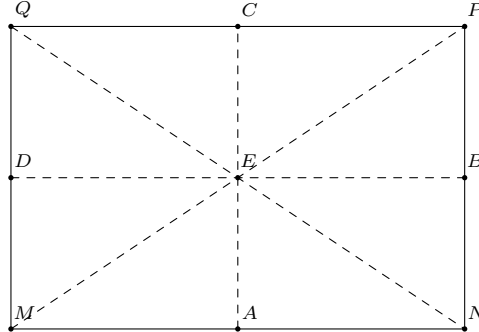


### Exercice - M0030C

$MNPQ$  est un rectangle de centre  $E$ . Les points  $A, B, C$  et  $D$  sont les milieux respectifs des segments  $[MN], [NP], [PQ]$  et  $[QM]$ . A l'aide de la relation de Chasles et d'une figure, exprimer chacune des sommes suivantes sous la forme d'un seul vecteur.



La solution repose sur trois propriétés

- la relation de Chasles.
- la caractérisation vectorielle du parallélogramme.  $MNPQ$  est un parallélogramme si et seulement si  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$  ou  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ .
- la (ou plutôt) les caractérisations vectorielles du milieu d'un segment.

Ici nous avons un rectangle,  $MNPQ$ , dont le milieu des diagonales (le centre) est  $E$ . Les points  $ABCD$  forment également un parallélogramme, ce qui nous conduira à différentes égalités de vecteurs. Quant aux points  $A, B, C$  et  $D$ , ce sont les milieux des segments  $[MN], [NP], [PQ]$  et  $[QM]$ .

Calculons les différentes sommes demandées :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CQ} &= \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} \\ &= \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} \\ &= \overrightarrow{CE} \\ \overrightarrow{EP} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{NC} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{MC} \\ \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DB} \\ &= \overrightarrow{EB} \\ \overrightarrow{QC} + \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{NA} &= \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{NA} \\ &= \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BE} \\ &= \overrightarrow{PE} \end{aligned}$$