Exercice - M0031C

$(O;\vec{i};\vec{j})$ est un repère. On considère $A(0;3)$, $B(-1;1)$ et $C(-4;2)$.

1) Déterminons les coordonnées du point K milieu de $[BC]$. Nous avons

$$x_K = \frac{x_B + x_C}{2} \qquad y_K = \frac{y_B + y_K}{2}$$

donc

$$x_K = \frac{-1+(-4)}{2} \qquad y_K = 1 + 22$$

Conclusion : les coordonnées du point K sont

$$K\left(-\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$$

2) Déterminons les coordonnées du point D défini par $3\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$. Réévrivons cette égalité vectorielle en coordonnées, dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

$$\begin{cases} 3(x_D - x_A) + (x_D - x_B) + (x_D - x_C) = 0 \\ 3((y_D - y_A) + (y_D - y_B) + (y_D - y_C) = 0 \end{cases}$$

En transformant, il vient

$$\begin{cases} 5x_D - (3x_A + x_B + x_C) = 0 \\ 5y_D - (3y_A + y_B + y_C) = 0 \end{cases}$$

Et finalement

$$\begin{cases} x_D = \dfrac{3x_A + x_B + x_C}{5} \\ y_D = \dfrac{3y_A + y_B + y_C}{5} \end{cases}$$

Conclusion : les coordonnées du point D sont

$$D\left(-1;\frac{12}{5}\right)$$

3) Déterminon l'équation réduite de la droite (KA). Que représente-t-elle pour le triangle ABC ?

L'équation réduite de la droite (KA) est de la forme

$$y = mx + p$$

Les coordonnées des points sont :

$$A(0,3) \qquad \text{et} \qquad K\left(-\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$$

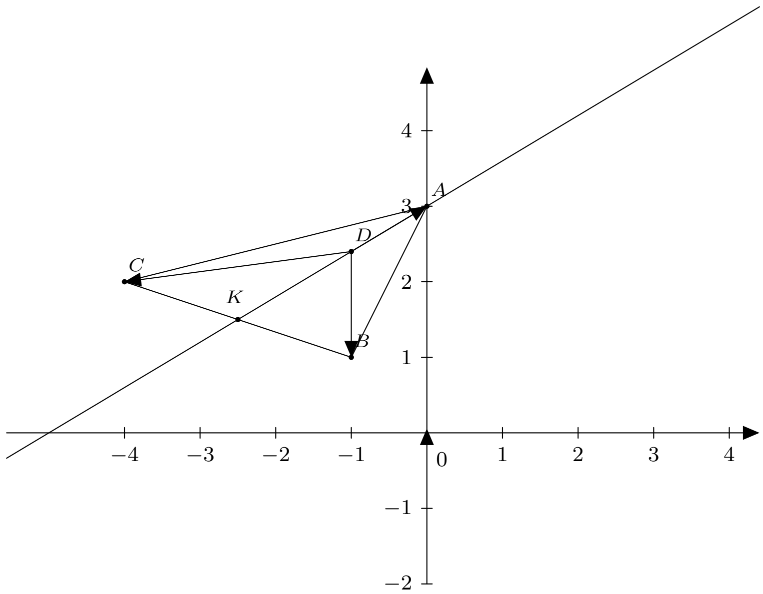
On a donc imméditatement l'ordonné à l'origine. $p = 3$. Il reste à déterminer le coefficient directeur m

$$m = \frac{y_K - y_A}{x_K - x_A} = \frac{\frac{3}{2} - 3}{-\frac{5}{2} - 0} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{6}{2}}{-\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Conclusion : l'équation réduite de la droite (KA) est

$$y = \frac{3}{5}x + 3$$

Cette droite représente la médiatrice issue de A, droite, qui joint un sommet au milieu du coté opposé.


A
D
C
K
B
4
3
2
1
−1
−2
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4