

**Exercice - M0037C**

On recherche le reste de la division par 11 de  $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ . Nous avons

$$4^{4n+2} - 3^{n+3} = 4^2 \times 4^{4n} - 3^3 \times 3^n = 16 \times 256^n - 27 \times 3^n$$

Or

$$256 = 11 \times 23 + 3$$

Donc

$$256^n \equiv 3^n \pmod{11}$$

On peut multiplier par un nombre quelconque la relation de congruence, donc

$$16 \times 256^n \equiv 16 \times 3^n \pmod{11}$$

Par ailleurs

$$27 \times 3^n \equiv 27 \times 3^n \pmod{11}$$

Par soustraction, il vient

$$16 \times 256^n - 27 \times 3^n \equiv (16 - 27) \times 3^n \pmod{11}$$

Autrement dit

$$4^{4n+2} - 3^{n+3} \equiv 11 \times (-3^n) \pmod{11}$$

Or

$$11 \times (-3^n) \equiv 0 \pmod{11}$$

Donc

$$4^{4n+2} - 3^{n+3} \equiv 0 \pmod{11}$$

Conclusion :  $4^{4n+2} - 3^{n+3}$  est divisible par 11.