

Exercice - M0039

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$u_0 = 2 \quad u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{2u_n + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1. Montrer que pour tout n entier naturel $u_n > 0$.
2. Calculer les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4 puis donner des valeurs approchées à 10^{-2} près.
3. Pour tout entier naturel n , on pose :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$$

Démontrer que, pour tout entier naturel n , v_n ne peut être égale à 1. (Raisonnement par l'absurde).

4. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique, dont on précisera le premier terme et la raison.
5. Exprimer u_n en fonction n .

D'après Baccalauréat Métropole Septembre 2013