

Exercice - M0040

A l'intérieur d'une feuille de papier rectangulaire $ABCD$, on dispose d'une zone rectangulaire imprimable $EFGH$ d'aire 150 cm^2 en laissant de chaque côté une marge de 1 cm dans le sens AB et une marge de $1,5 \text{ cm}$ dans le sens BC . On note $x = AB$ et $y = BC$. Les longueurs sont exprimées en cm et on suppose que $x \in [5; 22]$ et $y > 3$.

1. Justifier que pour tout x de $[5; 22]$

$$y = 3 + \frac{150}{x - 2}$$

2. Cas d'une feuille carrée :

- a) Démontrer que la feuille est carrée si et seulement si

$$x^2 - 5x - 144 = 0$$

- b) Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles la feuille est carrée ? Si oui, lesquelles ?

3. Soit g la fonction qui à tout réel de $[5; 22]$ associe l'aire, en cm^2 , de la feuille.

- a) Démontrer que

$$g(x) = \frac{3x^2 + 144x}{x - 2}$$

- b) Calculer $g'(x)$, étudier son signe et en déduire le tableau de variation de g .
- c) Pour quelle valeur de x l'aire est-elle minimale ? Quelle est cette aire minimale ?
- d) Pour quelle valeur de x l'aire est-elle égale à 224 cm^2