

Exercice - M0055C

1) L'ensemble A est défini par $A = [-2, 2]$. Autrement dit un intervalle centré en 0 d'amplitude 4. Quelque soit x appartenant à A , la distance au centre de l'intervalle est inférieure ou égale à 2, ce que nous pouvons écrire.

$$x \in A \iff |x| \leq 2$$

Conclusion

$$A = \{x; x \in \mathbb{R} \text{ et } |x| \leq 2\}$$

2) L'ensemble B est défini par $B = [-2, 7; -1, 3]$. Il s'agit à nouveau un intervalle. Le centre est

$$x_M = \frac{-2, 7 + (-1, 3)}{2} = -2$$

Pour tout x appartenant à B , la distance au centre est inférieure à la moitié de l'amplitude de l'intervalle

$$a = -1, 3 - (-2, 7) = 1, 4 \implies d(x, x_M) \leq \frac{1, 4}{2}$$

Donc

$$|x - (-2)| \leq \frac{1, 4}{2}$$

Conclusion

$$B = \left\{ x; x \in \mathbb{R} \quad |x + 2| \leq \frac{7}{10} \right\}$$

3) L'ensemble C est défini par $C =]-\infty; 3] \cup [5; +\infty[$. Il s'agit de la réunion de deux intervalles semi-infinis. Considérons le milieu de 3 et 5, c'est-à-dire 4. Tout point x de C aura une distance à 4 supérieure ou égale à 1. Ce que nous pouvons écrire

$$|x - 4| \geq 1$$

Conclusion

$$C = \{x; x \in \mathbb{R} \quad |x - 4| \geq 1\}$$