**Exercice - M0056C**

L'équation du second degré est particulièrement simple à résoudre. Il y une formule qui donne les solutions dans $\mathbb{R}$ quand elles existent. « Il faut faire $\Delta$ »comme disent les élèves ... Cependant, depuis le collège, les élèvent résolvent des équation de degré supérieur à un, en factorisant et se ramenant à des équations produit nul. C'est le but de cette exercices.

**1)** Résoudre l'équation : $(-x+2)^2 = (2x+7)^2$

$$\begin{aligned} & (-x+2)^2 = (2x+7)^2 \\ \iff & (2x+7)^2 - (-x+2)^2 = 0 \\ \iff & (2x+7+x-2)(2x+7-x+2) = 0 \end{aligned}$$

$$\iff \quad (3x+5)(x+9) = 0$$

Un produit de facteur est nul, si et seulement si un des facteurs est nul. Donc

$$\begin{aligned} 3x+5 = 0 \qquad & \text{ou} \qquad x+9=0 \\ x = -\frac{5}{3} \qquad & \text{ou} \qquad x = -9 \end{aligned}$$

Conclusion :

$$S = \left\{-9; -\frac{5}{3}\right\}$$

Remarque : La factorisation a été obtenue en utilisant la troisième identité remarquable.

**2)** Résoudre l'équation : $(-2x+5)^2 + 16 = 0$

Cet équation n'a manifestement pas de solution. Quelque soit la valeur de $x$ le carré $(-2x+5)^2$ est toujours positif. En ajoutant 16, on ne peut obtenir 0.

Conclusion :

$$S = \emptyset$$

**3)** Résoudre l'équation : $x^2 - 4x + 4 = (3x+4)(x-2)$

$$\begin{aligned} & x^2 - 4x + 4 = (3x+4)(x-2) \\ \iff & (x-2)^2 = (3x+4)(x-2) \\ \iff & (x-2)^2 - (3x+4)(x-2) = 0 \\ \iff & (x-2)\left[(x-2) - (3x+4)\right] = 0 \\ \iff & (x-2)(-2x-6) = 0 \\ \iff & x = 2 \qquad \text{ou} \qquad x = -3 \end{aligned}$$

Conclusion :

$$S = \{-3; 2\}$$

Remarque : la factorisation a été obtenu en repérant un facteur commun.

**4)** Résoudre l'équation : $x^2 + 2x + 1 = 4x^2 - 12x + 9$

$$\begin{aligned} & x^2 + 2x + 1 = 4x^2 - 12x + 9 \\ \iff & (x+1)^2 = (2x-3)^2 \\ \iff & (x+1)^2 - (2x-3)^2 = 0 \\ \iff & (x+1-2x+3)(x+1+2x-3) = 0 \\ \iff & (-x+4)(3x-2) = 0 \\ \iff & x = 4 \qquad \text{ou} \qquad x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Conclusion :

$$S = \left\{\frac{2}{3}; 4\right\}$$

Remarque : la factorisation a été obtenue en reconnaissant les identités remarquables. Dans un premier temps le développement d'un carré, puis la différence de deux carrés.

**5)** Résoudre l'équation : $(4x-1)(5x-2) - 16x^2 + 1 = 0$

$$\begin{aligned}
& (4x-1)(5x-2) - 16x^2 + 1 = 0 \\
\iff & (4x-1)(5x-2) - (16x^2 - 1) = 0 \\
\iff & (4x-1)(5x-2) - (4x-1)(4x+1) = 0 \\
\iff & (4x-1)\left[(5x-2) - (4x+1)\right] = 0 \\
\iff & (4x-1)(x-3) = 0 \\
\iff & x = \frac{1}{4} \qquad \text{ou} \qquad x = 3
\end{aligned}$$

Conclusion :

$$S = \left\{\frac{1}{4}; 3\right\}$$

Remarque : la factorisation a été obtenue en reconnaissant la différence de deux carrés qui était un peu cachée, puis le facteur commun.