Exercice - M0092C

Sur un cercle de centre O et de rayon r, on place un arc $\widehat{AB}$ de longueur $2r$. Calculons l'aire $\mathcal{A}$ comprise entre l'arc $\widehat{AB}$ et la corde $[AB]$ L'angle $\widehat{AOB} = 2r$. Donc l'aire $\mathcal{A}_S$ du secteur angulaire AOB est donnée par

$$\mathcal{A}_S = \frac{2r}{2\pi}\pi r^2 = r \cdot r^2$$

L'aire $\mathcal{A}_T$ du triangle AOB est donnée par

$$\mathcal{A}_T = \frac{AB \times h}{2} = \frac{2r\sin(r) \times r\cos(r)}{2} = \frac{2r^2\sin(r)\cos(r)}{2} = \frac{1}{2}r^2\sin(2r)$$

En effet, le triangle est isocle de sommet principal O, le demi angle au sommet est égal à r, ce qui permet de calculer la hauteur et la demi base du triangle. (Faire un dessin et de la trigo de collège). L'aire cherchée est donc

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_S - \mathcal{A}_T = r \cdot r^2 - \frac{1}{2}r^2\sin(2r) = \left(r - \frac{1}{2}\sin(2r)\right) r^2$$

Conclusion :

$$\mathcal{A} = \left(r - \frac{1}{2}\sin(2r)\right) r^2$$

Autrement dit, $\mathcal{A}$ est bien de la forme kr^2 avec $k = \left(r - \frac{1}{2}\sin(2r)\right)$