Exercice - M0112C

En négligeant la taille de l'observateur, on obtient la situation représentée sur la figure ci-après. La droite (SM) doit être tangente à la parabole en un point A que l'on ne connait pas. Soit a l'abscisse de A. L'équation de la tangente en A est donnée par :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Calculons la fonction dérivée de f

$$f'(x) = -2x$$

Nous avons donc

$$f(a) = 16 - a^2$$
$$f'(a) = -2a$$

et enfin l'équation de la tangente

$$y = -2a(x - a) + 16 - a^2 = -2ax + 16 + a^2$$

La tangente doit passer par le point S de coordonnées $S(0; 17)$. Autrement dit, l'ordonnée à l'origine de la tangente doit être égale à 17. On a alors :

$$16 + a^2 = 17 \iff a^2 = 1 \iff a = 1 \quad \text{ou} \quad a = -1$$

La droite SM a donc pour équation

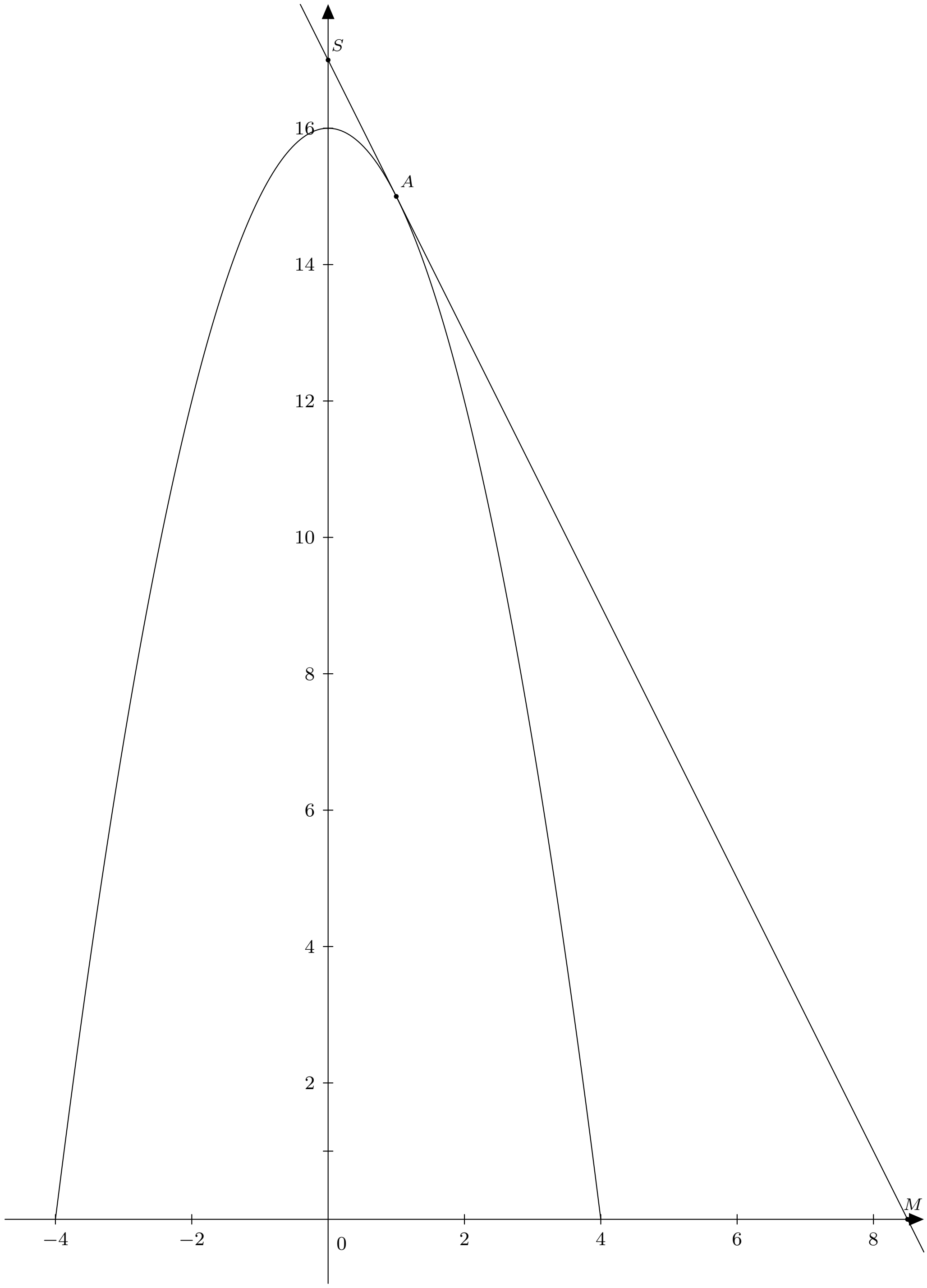
$$y = -2x + 17 \quad a = 1 \qquad \text{ou} \qquad y = 2x + 17 \quad a = -1$$

La position du point M correspond à $y = 0$

$$-2x = +17 = 0 \iff x = \frac{17}{2} = 8,5 \qquad \text{ou} \qquad 2x = +17 = 0 \iff x = -\frac{17}{2} = -8,5$$

Il y a donc deux positions $M(8,5; 0)$ et $M'(-8,5; 0)$ (non représenté sur la figure.

Conclusion : pour voir le sommet de l'antenne, la distance doit être égale à 4,5m du batiment (ce qui correspond à 8,5m de l'origine du repère).


S
16
A
14
12
10
8
6
4
2
M
−4
−2
0
2
4
6
8