

Exercice - M0114C

Soit $A = 4 - 2\sqrt{3}$

1) Calculons $(1 - \sqrt{3})^2$.

$$(1 - \sqrt{3})^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3}$$

Donc

$$(1 - \sqrt{3})^2 = 4 - 2\sqrt{3} = A$$

On en déduit

$$\sqrt{A} = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$$

2) Calculons maintenant A^2

$$A^2 = (4 - 2\sqrt{3})^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = 16 - 16\sqrt{3} + 12 = 28 - 16\sqrt{3}$$

Conclusion

$$A^2 = 28 - 16\sqrt{3}$$

3) Comparons $4 - 2\sqrt{3}$, $\sqrt{3} - 1$ et $28 - 16\sqrt{3}$. Nous avons

$$1 < 3 < 4 \implies \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \implies 1 < \sqrt{3} < 2 \implies 0 < \sqrt{3} - 1 < 1$$

Donc nous avons

$$A^2 < A < \sqrt{A}$$

Conclusion

$$28 - 16\sqrt{3} < 4 - 2\sqrt{3} < \sqrt{3} - 1$$