

Exercice - M0126

Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel, $f, g \in \mathcal{L}(E)$ tels que

$$f \circ g = g \circ f$$

1. Montrer que $\ker f$ et $\operatorname{Im} f$ sont stables par g
2. En déduire que, si p est un projecteur de E , on a :

$$p \circ f \text{ commutent } \iff \operatorname{Im} p \text{ et } \ker p \text{ sont stables par } f$$