Exercice - M0154

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$. A tout point M d'affixe z du plan, on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = z^2 + 4z + 3$$

1. Un point M est dit invariant lorsqu'il est confondu avec le point M' associé. Démontrer qu'il existe deux points invariants. Préciser l'affixe de chacun de ces points.
2. Soit A le point d'affixe z_A et B le point d'affixe z_B avec

$$z_A = \frac{-3 - i\sqrt{3}}{2} \qquad z_B = \frac{-3 + i\sqrt{3}}{2}$$

   Montrer que OAB est un triangle équilatéral.
3. Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe $z = x + iy$, où x et y sont réels, tels que le point M' associé soit sur l'axe des réel.
4. Représenter graphiquement l'ensemble (E)