

Exercice - M0158

Soit la suite de fonctions définie sur \mathbb{R}^+ par :

$$f_n(x) = 2x - 2 + \frac{\sqrt{x}}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

On considère la suite (u_n) définie par u_n est la solution de l'équation $f_n(x) = 0$.

1. Justifier que u_n existe pour tout $n > 0$
2. Montrer que (u_n) est convergente
3. Calculer la limite de (u_n)

Conseil : on pourra montrer que $f_n(u_{n+1}) > 0$. On pourra également considérer l'expression

$$u_n = 1 - \frac{\sqrt{u_n}}{2n}$$