

Exercice - M0197

Soit n un entier naturel non nul, $a = 4n + 3$, $b = 5n + 2$ et d le PGCD de a et b .

1. Donner la valeur de d dans les trois cas suivants : a) $n = 1$, b) $n = 11$, c) $n = 15$.
2. Calculer $5a - 4b$ et en déduire les valeurs possibles pour d .
3. a) Déterminer les entiers naturels n et k tels que $4n + 3 = 7k$.
(On teste $k = 1, k = 2, \dots$, on établit une conjecture et on la démontre).
b) Déterminer les entiers naturels n et k tels que $5n + 2 = 7k$.
4. Soit r le reste de la division euclidienne de n par 7. Déduire des questions précédentes la valeur pour laquelle d vaut 7.