

Exercice - M0311

Soit x un entier relatif.

1. Déterminer les restes de la division euclidienne de x^3 par 9 selon les valeurs de x .
2. Montrer les équivalences suivantes :
 - a) « $x^3 \equiv 0 \pmod{9}$ » équivaut à « $x \equiv 0 \pmod{3}$ »
 - b) « $x^3 \equiv 1 \pmod{9}$ » équivaut à « $x \equiv 1 \pmod{3}$ »
 - c) « $x^3 \equiv 8 \pmod{9}$ » équivaut à « $x \equiv 2 \pmod{3}$ »
3. Soient x, y, z des entiers relatifs tels que $x^3 + y^3 + z^3$ est divisible par 9. Montrer que l'un des nombres x, y, z est divisible par 3.