

### Exercice - M0337

Le but de l'exercice est de démontrer quelques inégalités simples.

1. Inégalité triangulaire

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad |x + y| \leq |x| + |y|$$

2. Deuxième inégalité triangulaire

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad ||x| - |y|| \leq |x - y|$$

3. Inégalité triangulaire complète

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad ||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$$

4. Cas particulier d'inégalité d'Young

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad xy \leq \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

5. Une inégalité qui n'est pas classique, mais intéressante tout de même

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^+ \quad |\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq \sqrt{|x - y|}$$

6. Inégalité de Bernoulli

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad x > -1 \text{ et } x \neq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \text{ et } n > 1 \quad (1 + x)^n > 1 + nx$$