

Exercice - M0353

Soit E un espace vectoriel normé et F un sous-espace fermé de E . Soit $\pi: E \rightarrow E/F$ la surjection canonique. Pour $X \in E/F$, on pose $N(X) = \inf\{ \|x\| \mid x \in \pi^{-1}(X) \}$

1. Montrer que N est une norme sur E/F et que π est continue.
2. Vérifier que pour tout $x \in E$, $N(\pi(x)) = d(x, F)$