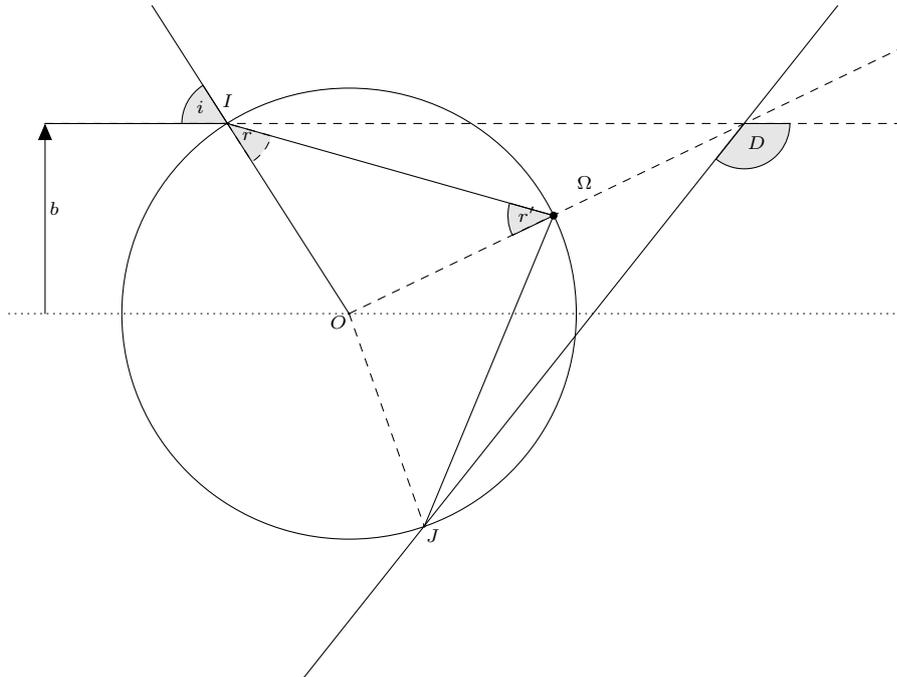


Exercice - P0060

Ce problème propose de donner une explication au phénomène de l'arc-en-ciel dans le cadre simplifié de l'optique géométrique.

Comportement de la lumière au passage par la goutte d'eau

On considère une goutte d'eau sphérique, de centre O , de rayon a , placée dans l'air. L'indice de réfraction de l'air est noté n_0 considéré égal à 1, celui de l'eau est noté n . On considère un rayon lumineux associé à une onde plane monochromatique arrivant sur la goutte d'eau, tel qu'illustré ci-dessous, avec $b < a$. Les angles sont comptés positivement dans le sens trigonométrique.



1. Est-il légitime de considérer que toutes les réflexions et réfractions présentée sur la figure se font dans un même plan ?
2. Donner la relation entre l'angle i et l'angle r .
3. Donner la relation entre l'angle r et l'angle r' .
4. Au niveau du point Ω , déterminer si le rayon lumineux est totalement ou partiellement réfléchi.
5. Montrer que l'angle de déviation D , en radian, que subit le rayon lumineux incident en fonction de i et r s'écrit $D = \pi + 2i - 4r$

Etude de la déviation

6. Calculer la différentielle de la fonction $f(x) = \sin x$. A l'aide d'une formule trigonométrique, l'exprimer en fonction de $\sin(x)$.
7. A l'aide de la question précédente, écrire la différentielle de la relation établie à la question 6. En déduire

$$\frac{dr}{di} = \frac{n_0 \sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}}$$

8. On s'intéresse à la variation de l'angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence de la lumière i . Montrer que

$$\frac{dD}{di} = 2 - 4 \times \frac{n_0 \sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}}$$

En pratique, la lumière repart principalement dans la direction $D(i_0)$ par rapport aux rayons solaires, ou i_0 vérifie la condition d'extremum de déviation $\frac{dD}{di}(i_0) = 0$. Exprimer $\sin(i_0)$ en fonction de n_0 et n .

9. Une caractéristique essentielle dans le phénomène de l'arc-en-ciel est la dispersion de la lumière par l'eau. En d'autres termes, l'indice de l'eau est fonction de la longueur d'onde. On donne l'indice de l'eau pour le rouge $n_R = 1,331$ et celui de l'eau pour le bleu $n_B = 1,337$.

Calculer i_0 en degrés pour le bleu et le rouge. En déduire la déviation minimale D_B pour le bleu et D_R pour le rouge.

10. Pour observer l'arc-en-ciel, faut-il se placer dos ou face au soleil? Un schéma sera obligatoirement réalisé.

11. Le rouge est-il à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc? Un schéma sera obligatoirement réalisé.